УДК 519.852:65

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

Лалаян Л.Р., Шамашова А.В.

ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», Ставрополь, e-mail: Lilitochka1999@yandex.ru

Развитие современного общества характеризуется повышением технического уровня, усложнением организационной структуры производства, углублением общественного разделения труда, предъявлением высоких требований к методам планирования и хозяйственного руководства. В этих условиях только научный подход к руководству экономической жизнью общества позволит обеспечить высокие темпы развития народного хозяйства. Одним из необходимых условий дальнейшего развития экономической науки является применение точных методов количественного анализа, широкое использование математики. В настоящее время новейшие достижения математики и современной вычислительной техники находят все более широкое применение в экономических исследованиях и планировании. Особенно успешно развиваются методы оптимального планирования, которые и составляют сущность математического программирования. Предлагается решение задачи оптимизации производства, как одной из задач математического обеспечения систем автоматизированного проектирования (САПР).

Ключевые слова: задача оптимизации, математическое обеспечение САПР, технологическая эффективность, симплекс-метод

USING LINEAR PROGRAMMING METHODS FOR SOLVING THE OPTIMIZATION PROBLEM OF PRODUCTION

Lalayan L.R, Shamashova A.V.

Stavropol State Agrarian University, Stavropol, e-mail: Lilitochka1999@yandex.ru

The development of modern society is characterized by an increase in the technical level, the complication of the organizational structure of production, the deepening of the social division of labor, the presentation of high requirements to methods of planning and economic management. In these conditions, only a scientific approach to the management of the economic life of society will ensure high rates of development of the national economy. One of the necessary conditions for the further development of economic science is the application of precise methods of quantitative analysis, the extensive use of mathematics. At present, the latest achievements of mathematics and modern computer technology are increasingly used in economic research and planning. Especially successful are the methods of optimal planning, which constitute the essence of mathematical programming. The solution of the problem of production optimization as one of the problems of the mathematical support of computer-aided design (CAD) systems is proposed.

Keywords: optimization problem, CAD software, technological efficiency, simplex method

В настоящее время в условиях современного рынка важно стремиться к оптимизации производства, как основного фактора повышения экономической эффективности. Поскольку современное производство не может быть конкурентоспособным без применения средств автоматизации на всех этапах жизненного цикла изделия, для разрешения противоречий между возрастающей сложностью технических объектов и требованием к эффективности проектирования, возникает и необходимость автоматизации проектирования [1].

В рамках жизненного цикла промышленных изделий система автоматизированного проектирования (САПР) решает задачи автоматизации работ на стадиях проектирования и подготовки производства. Предприятия, ведущие разработки без САПР или лишь с малой степенью их использования, оказываются неконкурентоспособными как из-за больших материальных и временных затрат на проектирование, так и из-за невысокого качества проектов.

Средство обеспечения САПР – это совокупность однотипных компонентов. Выделяют следующие виды обеспечения САПР: техническое, математическое, программное, лингвистическое, информационное и организационное. Эффективность и производительность работы САПР в наибольшей степени зависит от его математического обеспечения. Математическое обеспечение (МО) САПР состоит из математических моделей, методов и алгоритмов, необходимых для решения задач автоматизированного проектирования, которые помогают справиться с поставленной задачей. Выделяют три основные задачи, рассматриваемые в математическом обеспечении САПР: задача анализа, задача оптимизации и задача синтеза [5].

В данной работе подробно рассмотрим задачу оптимизации производственного

процесса. Задача оптимизации заключается в повышении эффективности технологических и организационных систем (металлорежущего станка, автоматической линии, производства в целом) при помощи принятия продуманных решений. Главное в постановке задачи оптимизации: максимизация или минимизация целевой функции. Оптимизировать можно разные процессы производства: себестоимость детали (минимизация), быстродействие оборудования, доход от реализации (максимизация) и т.д. [2].

В процессе оптимизации, с учетом заданных условий, определяются элементы решения, т.е. те параметры системы и показатели качества, которые зависят от выбора и приводят к определению оптимальных конструкций, технологических схем и др. Всякая оптимизационная задача предполагает заданной целевую функцию – количественный показатель качества альтернатив выбора.

В процессе принятия оптимальных решений теоретически наиболее эффективны методы математического программирования: линейное, нелинейное, динамическое программирование и т.д. [4].

Рассмотрим пример решения задачи линейного программирования (ЛП) для нахождения оптимальных условий изготовления изделий. Приведем решение с использованием симплекс-метода. Данный метод имеет ряд преимуществ: возможность найти оптимальное значение целевой функции, план выпуска каждого изделия, информацию о степени использования и резерве переменных.

Допустим, предприятие выпускает два вида изделий: А и В. Для их изготовления используется 3 вида станков (C_1, C_2, C_3). Длительность обработки каждого изделия: на станке типа C_1 изделий А – 12; изделий В – 4 единицы; на станке типа C_2 изделий А – 4, изделий В – 4 единицы; на станке типа C_3 изделий А – 3, изделий В – 12 единиц. Прибыль от реализации одного изделия А составляет 30 единиц, В – 40 единиц. Рабочее время станка C_1 – 300 единиц, C_2 – 120 единиц, C_3 – 252 единиц. Необходимо определить такой план выпуска продукции А и В, чтобы прибыль предприятия была максимальна.

Решение данной задачи осуществляется с помощью симплекс-метода. Симплекс-метод был разработан и впервые применен для решения задач в 1947 г. американским математиком Дж. Данцигом. [3].

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$1)\ x_1, x_2 \geq 0,$$

$$2)\ 12x_1 + 4x_2 \leq 300;$$

$$4x_1 + 4x_2 \leq 120;$$

$$3x_1 + 12x_2 \leq 252,$$

$$3)\ F(x) = 30x_1 + 40x_2 \to \max$$

где x_1 – количество изделий А, x_2 – количество изделий В.

Для дальнейшего решения симплекс – методом приведем математическую модель к каноническому виду, т.е. преобразуем все неравенства в равенства, добавив к каждому выражению неотрицательную переменную [6].

$$1)\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0,$$

$$2)\ 12x_1 + 4x_2 + x_3 = 300$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_4 = 120$$

$$3x_1 + 12x_2 + x_5 = 252$$

$$3)\ F(x) = 30x_1 + 40x_2 \to \max$$

Построим исходную симплекс-таблицу (табл. 1).

Таблица 1

Исходная симплекс-таблица

Базисные переменные i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободный член b	Отношение b_i/a_{ik}
x_3	12	4	1	0	0	300	75
x_4	4	4	0	1	0	120	30
x_5	13	12	0	0	1	252	21
F	-30	-40	0	0	0	0	-

Допустимый вектор имеет вид: $X^{(1)}$=(0,0,300,120,252). План не оптимален, так как в индексной строке есть отрицательные элементы. Ведущий столбец k=2, т.к. в индексной строке наименьший отрицательный элемент стоит во втором столбце. Ведущая строка l=3, так как в третьей строке наименьшее отношение $\frac{b_i}{a_{ik}}$. Ведущий элемент $a_{1k} = a_{32} = 12$.

Построим новую симплекс-таблицу (табл. 2).

$$\text{Новая ведущая строка} = \frac{\text{Старая ведущая строка}}{a_{ik}}.$$

Таблица 2

Новая симплекс таблица

Базисные переменные i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободный член b	Отношение b_i/a_{ik}
x_3	11	0	1	0	-1/3	216	19,63
x_4	3	0	0	1	-1/3	36	12
x_5	¼	1	0	0	1/12	21	84
F	-20	-0	0	0	40/12	840	-

Допустимый вектор имеет вид: $X^{(2)}$=(0,21,216,36,0). План не оптимален, так как в индексной строке есть отрицательный элемент. Ведущий столбец k=1, так как в индексной строке наименьший отрицательный элемент стоит в первом столбце. Ведущая строка l=2, т.к. во второй строке наименьшее отношение $\frac{b_i}{a_{ik}}$. Ведущий элемент $a_{1k} = a_{21} = 3$.

Построим новую симплекс-таблицу (табл. 3).

$$\text{Новая ведущая строка} = \frac{\text{Старая ведущая строка}}{a_{ik}}.$$

Таблица 3

Итоговая симплекс таблица

Базисные переменные i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Свободный член b	Отношение b_i/a_{ik}
x_3	0	0	1	–11/13	8/9	84	–
x_4	1	0	0	1/3	–1/9	12	–
x_5	0	1	0	–1/12	1/9	18	–
F	0	-0	0	20/3	10/9	1080	–

Допустимый вектор имеет вид: $X^{(3)}$=(12,18,84,0,0). Полученный план оптимален, так как в индексной строке нет отрицательных элементов. Значит, допустимый вектор $X^{(3)}$ является оптимальным. Целевая функция имеет вид:

$$F = 1080–20/3\ x_4 –10/9\ x_5.$$

Таким образом, получили оптимальный план производства, где максимальная прибыль составит 1080 единиц (по условию все $x_i \geq 0$). При этом следует выпускать 12 единиц изделий А и 18 единиц изделий В, станок C_2 и C_3 загружены полностью, а у станка C_1 имеется резерв времени 84 единицы.

В ходе решения получили оптимальный план производства, где максимальная прибыль составит 1080 единиц (по условию все $x_i > 0$). При этом следует выпускать 12 единиц изделий А и 18 единиц изделий В, станок C_2 и C_3 загружены полностью, а у станка C_1 имеется резерв времени 84 единицы.

Таким образом, в различных ситуациях связанных с необходимостью принятия ре-

шений на производстве возникает необходимость математического решения самых разнообразных задач оптимизации производственных процессов [7]. Для нахождения их решения применяются те или иные математические методы, дающие точные или приближенные результаты. Задачи оптимизации производства часто используются в теоретико-экономических исследованиях и обоснованиях.

Список литературы

1. Долгополова А.Ф. Моделирование стратегии управления в социально-экономических системах с использованием Марковских процессов // Вестник АПК Ставрополья. – 2011. – № 1 (1). – С. 67–69.

2. Долгополова А.Ф., Гулай Т.А., Литвин Д.Б. Особенности применения методов математического моделирования в экономических исследованиях // Kant: Экономика и управление. – 2013. – № 1. – С. 62–66.

3. Линейная алгебра: учебное пособие для студентов вузов сельскохозяйственных, инженерно-технических и экономических направлений / Р.В. Крон, С.В. Попова, Н.Б. Смирнова, Е.В. Долгих. – М., 2015.

4. Логинова Я.А., Долгополова А.Ф. Использование элементов линейной алгебры в экономических расчётах // Международный студенческий научный вестник. – 2016. – № 3–3. – С. 393–395.

5. Манько А.И., Гулай Т.А., Жукова В.А., Мелешко С.В., Невидомская И.А. Обзор методов социально-экономического прогнозирования и их применение в реальной экономике // Наука и образование: современные тренды. – 2015. – № 2 (8). – С. 438–448.

6. Немцова А.В., Попова С.В. Применение средств матричной алгебры для решения задач экономического содержания // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5–2. – С. 171 – 172.

7. Цысь Ю.В., Долгополова А.Ф. Элементы линейной алгебры и их применение при решении экономических задач // Современные наукоемкие технологии. – 2013. – № 6. – С. 91–93.